境界層の受容性(Receptivity)(流れの空間不安定性理論)

西岡, 通男

数理解析研究所講究録
569巻 1985年 53-70

境界層の受容性（Receptivity）

阪府大・工　西岡通男（Michio Nishioka）

I. 受容性の問題

‘流れの安定性理論’（巽・後藤 1976）に証明されているように，層流の不安定性を微小攪乱が時間発展する現象と解釈して初期値問題の形に定式化するときには，解は固有関数（の重ね合わせ；必要なら連続モードも含め）で表現されるという結果が得られる。勿論，初期攪乱も同様に表現されるので，固有値問題の解が用意されているなら，任意の初期攪乱の時間発展が事実上わかることになる。

ところで，境界層（Schubauer & Skramstad 1943）や平面ポアズイユ流（Nishioka, Iida & Ichikawa 1975）において，振動リボン法で周期的な微小変動を導入するときには，渦度をもつ波動型の攪乱（Tollmien-Schlichting 波動）が生まれるが，これは時間については周期的であり，空間的に消長する。しかもこの T-S 波動の構造や消長の様子は空間増幅型の固有値問題の解によく一致する。だから，流れのある断面の攪乱が

固有関数で表現されるなら，その下流の様子（微小攪乱の空間発展）を計算することは困難でない。しかし，任意の外乱が空間増幅型の固有関数で表現されるという保証について今のところ明確でなく，したがって，下流の境界条件を放置している点に問題があるといわれている空間増幅型の安定性理論は“初期断面（外乱が固有値・固有関数で表現される攪乱として流れに受容されたとみなせる位置）とそこでの攪乱の表現”についても不明な点を残している。Morkovin（1969）が提起した受容性（Receptivity）の問題はこの点に密接に関係していて，Reshotko（1976）は次のように述べている：

> Receptivity denotes the means by which a particular forced disturbance enters the boundary layer and the nature of its signature in the disturbance flow.

外乱としては振幅の大きい強い変動も含まれるが，ここでは微小振幅の場合に限ることにする。この定義からいうと，リボン振動法の場合受容性の問題とは，リボンがT－S波動を作りだす過程を調べることであるが，リボンのすぐ下流（2～3波長程度）でしっかりしたT－S波動が観察されるので，またこの波動の消長を追跡することが実験の目的であることから，受容性の領域が詳しく調べられることは今までなかった。しかし，例えば飛行機の翼の境界層についてT－S波動

の空間増幅から始まる乱流遷移を予測するときには，この受容性の領域を避けるわけにいかない。与えられた環境（外乱を含め）のもとで，どこからどんな強さのT－S波動が生まれるかわからなければ正確な予測は困難である。

外乱のタイプとしては，自由流中の乱れ，エントロピ変動，音，機械的振動などがある。

自由流乱れは主流に運ばれているから，周波数がT－S波動のそれに等しい成分についていうと，波長はT－S波動の3倍程度である。このように波長の異なる変動がどのようにT－S波動を励起するのだろうか？ 乱れが斑点状であれば種々の波長をもつことになるが，このときには周波数が異なる。また，多くの実験から，境界層が受動的に応答する（主流速度で伝播する変動が壁から0.5δ程度の位置で自由流中での値の5～10倍に達する振幅をもつ）ことも知られているが，これがT－S波動の生成にどう関係するか明らかでない。最近のJ. M. Kendallの実験（私信）では，自由流乱れのT－S周波数成分（1/3 octave band width）の実効値が主流速度の0.013％のとき，T－S波動は上記の受動的な変動には一見無関係に，排除厚さレイノルズ数が約590に達する付近で，ごく壁近くから検出され始め，その成長率は線型理論の空間増幅率よりもかなり大きくなることが観察されている。これ

らの現象の理論的な考察が望まれるが，自由流乱れそのものの定式化が容易ではない。

自由剪断流の実験ではスピーカによる音が‘人工攪乱’としてよく用いられる。自由剪断流は，噴流であれば噴き口，伴流なら板の後縁というふうに‘後縁’をもつ場合が多いが，これをもたない‘自由剪断流’も存在する。例えば，平板上境界層や平面ポアズイユ流の遷移過程で生まれる高剪断層がそれであって，変曲型速度分布をもち安定性の特性もいわゆる混合層のそれに近い（Nishioka, Asai & Iida 1980）。この高剪断層（平面ポアズイユ流の遷移過程）の不安定性を励起しようとチャネルの上流や下流端から音波を入れたことがあるが，強い音がとどいているのに励起には失敗した。そこでやむなく高剪断層直下のチャネル壁に小孔をあけ，そこから音を放射することによって成功した。伴流の実験などから音の有効性は周知であるが，この事実と上の失敗の双方から判断すると，音により不安定性が励起されるためには‘後縁’のように壁を伴いかつ空間勾配（流れ方向）の激しい流れを介することが必要であって，変曲型速度分布自身は，もしも平行流のように空間勾配をもたないなら，音には敏感でないといえる。Morkovin & Paranjape（1971）は二次元噴流を音で刺激し，誘起される変動の振幅が音波による圧力勾配の‘後縁’での

値（噴流を横切る方向の値）に比例し，下流でのそれに強く依存しないことを示しているが，上述の事柄と矛盾しない。また，最近，Bechert（1983）は音による混合層（二次元）の励起のモデルとして pulsating source（複素速度ポテンシャルで書くと $\ln(z-z_0)$，ただし強さが $e^{-i\omega t}$ の時間変化）で無限小の厚さの剪断層（$y>0$ で静止，$y<0$ で一定速度 U；$x \leqq 0$ では板で仕切られている；pulsating source は $y>0$ 側にある）を刺激する場合を扱い，微小変動（y 方向速度変動 v；$y=+0$ での振幅，$v=v(x)$）について，'外乱：pulsating source' の寄与 v_f を非同次項に含む常微分方程式，

$$2v + 2i\frac{U}{\omega}\frac{dv}{dx} - \left(\frac{U}{\omega}\right)^2\frac{d^2v}{dx^2} = 2v_f$$

を導き，これを解いて，'後縁' の役割が重要なことを明確に示した。このように自由剪断流の音に関する受容性の領域は後縁の近傍（Bechert の理論では，$v_f \propto 1/\sqrt{x}$ の領域）に限られている。

話をT－S波動に戻そう。音がT－S波動を励起することは Schubauer & Skramstad（1943）の実験以来よく知られているが，その機構は全く不透明のままであり，それ故に遷移レイノルズ数と外乱の強さ（風洞実験では，残留乱れの大部分が音波の寄与という場合が多い）との関係を調べても一貫性のある結果が得られない（Spangler & Wells 1968）がその理由が

わからない，という悩があった。幸に，筆者はこの境界層の音に対する受容性の問題をMorkovin教授（Illinois Institute of Technology）と実験的に調べる機会を得た(1980年秋〜82年春)。実験的な研究では，特に未知な現象が相手の場合，意外な経緯からいとぐちが見つかることが多いが，この研究もその例である。風洞の残留乱れが約0.3％と強く，これではT－S波動の精密な測定は無理とみて，原因をつきとめ（測定部下流の拡散洞における剥離現象），拡散洞を作り直したが，乱れは0.1％程度にしか落ちず，0.05％を目標に風洞の改修を続けようとした。しかし，時間的制約（滞在期限）からこれを残念し，0.1％の残留乱れ（大部分は20Hz以下の音波）がどの程度T－S波動の観察の障害になるか見ようと風洞の側壁に小孔をあけ，そこからスピーカによる音を放射する方法で側壁上境界層を刺激してT－S波を誘起し，0.1％程度でも十分観察できることを確認した。この方法でT－S波動が誘起されることは周知であるが，その機構は未知であって，従来は（例えばGaster 1975），小孔のすぐ下流の変動は高次モードも含めた固有関数系(空間増幅型）で表現できるとして，受容性の領域を扱うことはなかった。‘表現できる’かどうかは文頭に述べたように空間増幅型の理論上興味深い点であって，彼は有名なwave packetの空間発展をこの考え方で計算し，

実験とよく一致する結果を得て，肯定的な答を出した。実験との比較が孔のはるか下流で行われているので受容性という意味では問題はあるが，“外乱の表現”に関し洞察を与える点では受容性を扱ったといえる（ついでに述べると，彼のpacketの実験はturbulent spotの発達過程を示すという解釈があるが，筆者はこの考え方をとらない）。とはいえ，受容性の領域は無視されていたので，先述の小孔のまわりの変動の様子を上流も含め三次元的に調べてみた。筆者にとっては意外なことに，孔の上流から渦度をもつ攪乱が成長し始めていて，十分上流では振動ストークス層（以下では単にストークス層という）的であり，これが下流に向ってT－S波動に発達していくように見えた。なぜ上流から成長が始まるのか考えている間に，小孔からの音の放射は実質的には湧き出しと同じ働きをもち，音の波長とは別にもう一つ（湧き出しからの距離で決る）空間スケールを有し，それ故このスケールの圧力勾配（壁上）に支配される渦度が生まれる筈だ，またストークス層の厚さが流れ方向に変化すれば排除効果によって同じスケールのv成分（壁に直角な方向の速度変動）も生まれ，周知の“渦度生成項vU''”に寄与する筈だ，という点に気がついた。さらにまた，音であれ，自由流中の（渦度をもつ）乱れであれ，あるいは物体面の曲率や粗度の場合でもこれらと協力

して，適切な空間スケールの圧力勾配を壁上に作ればT－S波動が生まれる筈だと考えた。このような推論が正しければ，pulsating sourceを境界層の外側の自由流中に置いてもT－S波動が誘起できる筈であり，事実その通りであって，この場合について詳しい測定を行い，上述の考え方が有効であることを確認した。この研究を通してMorkovin教授と筆者が得た考察を次節にまとめている（Morkovin教授の執筆）：論文は短縮の条件付きでJFMに掲載が決定している。

さて，次節でふれていない従来の研究について少し述べる。境界層の音に対する受容性を早くから調べていたのはソ連・ノボシビルスクの実験グループであって，多数の論文が発表されている。彼等が注目したのは平板の前縁付近である。その理由は，まず前縁が音によって振動すること，次にそこの流れが激しい空間変化を伴うということである。彼等のこのような考え方は最新の論文，Kosorygin, Levchenko & Polyakov (1985)に示されている。前縁が重要な受容性の領域であることに疑問はない。それ故Murdock (1980), Goldstein (1983), 伊藤(1985)がこれに関係する数値計算や解析を行ったことは意義があり，MurdockがT－S波動が生まれるのはストークス層の厚さと定常境界層の厚さが同程度となる前縁付近であると結論しているのも納得できる。さらにまた，前縁の振動を抑えて実験した

Leehey & Shapiro (1980)が定性的に同じ結論を得たことも納得できる。しかし，T－S波動が前縁でしか生まれないとすると量的に話が合わない：Murdockの計算では，臨界レイノルズ数位置でT－S波動の振幅と音波のそれの比は10^{-4}であるがLeehey & Shapiroの実験ではこれが1の程度である。これが大きい疑問であったが，実はLeehey & Shapiroの実験の平板には楕円断面をもつ前縁部から平坦部への接続部で急な圧力勾配（定常な）が存在していて，我々の上述の考えからわかるように，この部分がもう一つの受容性の領域として注目されていた。非常に興味あることに，Leehey, Gedney & Her (1985)が，同じ平板を僅かに傾けて（迎角をつけて）取付けて，この圧力勾配を無視し得るほどに弱く（彼等の表現によればessentially zero）して実験したところ，以前とは異なりT－S波動は生まれず，ただストークス層が観察されるだけであった。最近Goldstein (1985)は上述の圧力勾配の領域に注目し，いわゆる三層構造の理論を適用してストークス層（Lower deck）がT－S波動に発達する過程を解析した：Ruban (1985)も参照。三層構造の理論はUpper deck（非粘性流れ）とLower deck（粘性流れ）の干渉を扱う点が特徴であり，この意味で，外側から壁上に加えられる変動圧力（勾配）場が核心であって，筆者らの考えを具体的に示した例と思われる。

II. GENERATION OF INSTABILITY WAVES BY EXTERNAL UNSTEADY PRESSURE GRADIENTS

2.1 Some issues and some history

Sound falling upon a model in a wind tunnel is known to initiate the growth of instable Tollmien-Schlichting (TS) waves past the critical Reynolds number, Re_{cr}, at the frequency of excitation. This boundary-layer receptivity to sound has complicated the inference of the onset of transition to turbulence from many a wind-tunnel test. It is one of the serious obstacles to the NASA Laminar-Flow Aircraft Project because the sound intensity on the wing and fuselage in flight is considerable. It was the objective of the present project to clarify the controlling mechanism and the parameters of this receptivity.

Mathematically the problem was confusing because at the offending unstable TS frequencies, the acoustic wavelength λ_{ac} is always very much longer than λ_{TS}. Under such conditions, the transfer of energy or vorticity from the sound field to the TS field is believed to average out to practically nothing. Analysts like Goldstein (1983) and computation specialists like Murdock (1980) tried to simplify the problem by studying a sound wave at grazing incidence to a semi-infinite flat plate in the long-wave limit of the problem: $k = 2\pi/\lambda \to 0$ They concluded that coupling could occur only close to the leading edge where the boundary layer changed quite rapidly with x. However, excited TS waves there are damped and would decay by factors over 1000 before they could start amplifying past the critical Reynolds number at x_{cr}.

Many experimentalists, especially the Russians, looked to the leading edge itself for explanations. Kachanov, Kozlov and Levchenko (1975) even found convincing evidence that their flat plate vibrated under their relatively high acoustic forcing and that the vibrations of the leading edge of their one-centimeter thin plate caused the vorticity waves. Furthermore, sharp, completely rigid leading edges are mathematically singular; in inviscid flow an infinite response takes place at the edge under even mild asymmetric excitation. While viscosity, separation bubbles and finite radii of curvature reduce the flow response to finite values, the problem remains experimentally and theoretically very difficult near the leading edge.

It is not functional to discuss the weaknesses of each of the experiments in the lengthy receptivity bibliography in the over fifteen Russian entries alone. However, no experimenter measured the forcing field around an exterior boundary of the boundary-layer region where the TS response starts and grows; in other words the true forcing boundary conditions were always left undefined. A hot-wire on a x-y traversing mechanism can furnish such information because at low subsonic speeds a hot wire senses acoustic velocities very well. The real experimental difficulty is encountered inside the boundary layer, where the exciting signal, the response signal, and any parasytic signals are all superposed and cannot be rationally separated.

2.2 Key ideas for the design of the receptivity experiment

Past experiments and theory which experienced receptivity had one feature in common: an x-dependence of the driving field or the receiving field or both. This was our clue. We tried to construct an experiment which would have the amplitude A(x) of the pressure gradient x-dependent while avoiding the singularities of the leading edge. We settled on a local source of sound in the free stream, "radiating" onto the developed boundary layer on the sidewall of the IIT Visualization Facility.

The source provided the x-dependence of sound intensity along the well-investigated Blasius boundary layer on the wall. Because the receiving layer was in the near field, the required speaker power was so low that we could not hear whether it was on or off. The low power always kept us in the linear range and precluded the vibration problems that plagued other experiments. There was, of course, no problem with the leading edge of the plate and we could document and define the forcing field on the outside of the receiving boundary layer. Because of the superposition of the forcing and responding field it took us some time to understand the developments and form several firm concepts. Let us introduce them now.

2.3 Concepts developed during the experiments

An acoustic field is irrotational except at a wall where it acquires an acoustic vorticity sublayer because of the no-slip conditions. This sublayer is identical to the unsteady Stokes vorticity layer in the long-wave limit and trails the sound wave as the wave moves along a surface. On the other hand, TS waves are quint essentially vortical. It is then logical to look to the wall for the coupling of the driving sound to the responding vorticity field.

Mathematically, we have a forced, i.e., nonhomogeneous problem for the perturbations of a Navier-Stokes system within a rectangle of height, say 2δ, and length from x_0 far upstream of the source to $x_0 + L$ somewhere downstream of the source. Within the rectangle the system of differential equations is homogeneous as are the boundary conditions at the wall. Nonhomogeneity or forcing comes from the prescription of the oscillatory pressure field along the remaining three sides of the rectangle. The solution will consist of a "particular" or "nonhomogeneous" solution of the differential equations (which we shall call the forcing pressure, velocity and vorticity fields p_f, u_f, v_f, ζ_f) and a collection of response solutions of the homogeneous system, i.e., eigenfunctions. Above Re_{cr} the homogeneous solution that can grow is the TS solution with fields p_{TS}, u_{TS}, v_{TS}, and ζ_{TS}. The rest of the collection of the homogeneous solutions, designated by p_d, u_d, v_d, ζ_d, is always decaying and is in principle constructable from the contributions of all the higher damped TS modes and of the continuous spectrum functions discussed by Grosch and Salwen (1980).

For specific flow conditions: a given circular frequency ω and a local displacement thickness $\delta*$, the eigenfunctions of the TS and d fields should be fixed by the dimensionless frequency $F = \omega\nu/U^2$ and the Reynolds number $U\delta*/\nu$. In principle then, for a given F and $Re_{\delta*}$ only the amplitude and phases of these homogeneous solutions are unknown *a priori*. As in other nonhomogeneous problems, these should be determinable from the requirement that the *total* solution satisfies all the appropriate boundary conditions. As already discussed the wall boundary condition in particular could be expected to provide the link which would determine the amplitudes and phases of the TS and d fields in terms of the driving f field characteristics.

2.4 The wall boundary condition and the effect of variable pressure gradient

The simplicity of the no-slip wall boundary condition is deceiving. In fact when we set u and v to zero in the x-momentum, equation we arrive at a fundamental constraint which must always be satisfied, for steady or unsteady flows:

$$-\nu \frac{\partial \zeta}{\partial y} = +\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{at} \quad y = 0 \tag{2.1}$$

Since according to Fuchs law the term on the left represents the flux of vorticity diffusing out of the wall, any pressure gradient impinging on a rigid surface generates wall vorticity sources per unit area, per unit time equal to its amplitude, divided by the density ρ. In fact it is this link which ties the acoustic Stokes sublayer to any sound wave at the wall.

Equation (2.1) could serve as a boundary condition for the vorticity equation. If we average (2.1) over one period of the forcing frequency, these linear periodic functions yield zero. To see whether we can cummulate some effects on the average, we multiply (2.1) by ζ and again average over one period to obtain

$$-\nu \frac{\partial \overline{\zeta^2}}{\partial y} = \frac{2}{\rho} \overline{\frac{\partial p}{\partial x} \zeta} \tag{2.2}$$

for the source of mean square vorticity $\overline{\zeta}^2$ diffusing out of the wall per cycle, per unit area. The basic problem of non zero input from the forcing field to the TS field can be illustrated through the nature of the cross-correlation $C = \overline{(\partial p/\partial x)_f \cdot \zeta_{TS}}$ in (2.2) for the long-wave limit. In this limit the complex representation of the pressure gradient with constant amplitude A is A exp $(-i\omega t)$, and the corresponding expression for ζ_{TS} is ζ_{TS0} exp $i(k_{TS}x - \omega t)$ The average correlation C is then A Re(ζ_{TS0}exp $ik_{TS}x$) which represents a purely periodic variation in x. When this quantity is averaged over one TS wavelength it yields zero, i.e., forcing pressure gradients with constant amplitude cannot generate $\overline{\zeta^2_{TS}}$ at the wall.

When the amplitude of the pressure gradient is x-dependent, $A(x)$, the average cross correlation C will cease to be purely oscillatory as above. To see that let the Fourier transform of $A(x)$ be $A_F(k)$, so that $2\pi A(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_F(k) \exp ikx \, dk$. If $A_F(k)$ has a non-zero contribution at the TS wavenumber, i.e., if $A_F(k_{TS}) \neq 0$, there arises a net input rate from the forcing field to the TS field per cycle, per unit area, $C = \mathrm{Re}[A_F(k_{TS})\zeta^*_{TSO}]\ \Delta k/2$, where ζ^* is the complex conjugate of ζ and Δk is an effective bandwidth. This is the mathematical crux of the feasability of receptivity to sound.

In other words, the mismatch of the characteristic length λ_f of the sound field and λ_{TS} leads to cancellation of the input average, when the amplitude A of the forcing sound is constant. With a variable $A(x)$, however, λ_f ceases to be the sole acoustic characteristic length. The Fourier spectrum of $A(x)$ in effect measures the "spread" over other scales. If it overlaps with the k_{TS} scale, there is a positive input on the average.

The input at the wall is not the only mechanisum for increasing ζ . In the equation for ζ itself there is a term vU'' which represents the rate of transfer from the steady mean flow vorticity to the unsteady vorticity. When the equation for $\overline{\zeta^2}$ is formed by multiplying by ζ and averaging over the forcing period this term becomes $\overline{v\zeta}\ U''$. The conditions for the transfer to $\overline{\zeta^2_{TS}}$ from the mean flow by the v_f forcing motion comes to the condition for non zero cross-correlation $\overline{v_f\zeta_{TS}}$. The amplitude A_f of v_f is proportional to $A'(x) + ikA(x)$ However, since the Fourier transform of $A'(x)$ is $ikA_F(k)$, the cross-correlation again is non zero when $A_F(k_{TS}) \neq 0$.

One can also write down a formula for the total contribution from the v_f motion, integrated over the boundary layer; but that adds little new insight. What is meaningful is that because of this input there can be a build-up of $\overline{\zeta^2_{TS}}$ far from the wall, long before any diffusive effect could reach there.

2.5 Evidence for the proposed concepts

Any general analytical solution for the f, TS, and d fields is not on the horizon. At present we can try to verify different features of these fields in specific solutions; i.e., in physical and numerical experiments. At our instigation Professor H. Fasel of the

University of Arizona carried out a difference solution of the Navier-Stokes equations for which the nonhomogeneous forcing boundary condition was purposely shifted to the wall. Specifically a local oscillating vorticity source $-\nu\partial\zeta/\partial y$ at the wall was prescribed to be zero except for a narrow strip where it was proportional to $\sin m\,(x-x_1)\cos \omega t$. The strip was made narrow so that the Fourier transform of $\sin m\,(x-x_1)$, would be broad and cover k . This indeed happened and a vigorous TS wave with a wavelength just over twice the strip width grew within two TS wavelengths. The $\overline{v\zeta}\, U''$ build-up of the vorticity farther away from the wall clearly contributed to the rapid growth. It was possible to identify the f and TS field by their evolutionary behavior. The d field could not be identified as such, but it must be present.

While in the numerical experiments the total u, v, and ζ fields were available from the computer, in our laboratory experiments only the information on the total u field could be obtained. We could identify $u_f + u_d$ fields far upstream (they were essentially Stokes-like near the wall). We did trace the expected change from Stokes-like profiles to those with increasing u_{max} at higher y locations as the TS field grew. Farther downstream, as the ratio $|u_{TS}|/|u_f|$ became large the phase speed approached that of TS waves. When we halved the free-stream speed without changing the forcing field, the response collapsed to an essentially Stokes-like behavior throughout. In the terminology of the preceding Section, A(x) and $A_F(k)$ remained the same, but $A_F(k)$ could not overlap with any k_{TS} wavenumbers because at this lower speed the boundary layer was subcritical and stable. Thus the TS field became part of the d field and only $u_f + u_d$ was identifiable.

The details of both the physical and numerical experiments will be found in the paper by Nishioka and Morkovin under revision, aimed at the Journal of Fluids Mechanics. Here we can only outline the issues, the useful new concepts, and their verification in qualitative terms. However, it should be stressed that the often puzzling results reported in the earlier literature appear consistent with the views presented here whenever the forcing remained linear.

文 献

1. Behert, D. W. 1983 A model of the excitation of large scale fluctuations in a shear layer, AIAA-83-0724. Excited waves in shear layers, DFVLR-FB 82-23.

2. Gaster, M. 1975 A theoretical model of a wave packet in the boundary layer on a flat plate, Proc. Roy. Soc. Lond. A.347, 271-289.

3. Goldstein, M. E. 1983 The evolution of Tollmien-Schlichting waves near a leading edge, J. Fluid Mech. Vol. 127, 59-81.

4. Goldstein, M. E. 1985 Scattering of acoustic waves into Tollmien-Schlichting waves by small streamwise variations in surface geometry, J. Fluid Mech. Vol. 154, 509-529.

5. Grosh, C. E. & Salwen, H. 1980 Eigenfunction expansions and boundary layer receptivity in the theory of hydrodynamic stability, Int. Congress Appl. Mech., 1980.

6. 伊藤信毅 1985 本研究会で発表.

7. Kachanov, Yu. S., Kozlov, V. V. & Levchenko, V. Ya. 1975 Generation and development of small disturbances in laminar boundary layers under the action of acoustic fields, (in Russian) Izv. Sibir. Otdel. USSR. Acad. Sciences, Novosibirsk No. 13-3, 18-26.

8. Kosorygin, V. S., Levchenko, V. Ya. & Polyakov, N. Ph. 1985 On generation and evolution of waves in a laminar boundary layer, Proc. IUTAM Symp. 'Laminar-Turbulent Transition' (ed: V. V. Kozlov, Springer) 233-242.

9. Leehey, P. & Shapiro, P. 1980 Leading edge effect in laminar boundary layer excitation by sound, Proc. IUTAM Symp. 'Laminar-Turbulent Transition' (ed: R. Eppler & H. Fasel, Springer) 321-331.

10. Leehey, P., Gedney, C.J. & Her, J.Y. 1985 The receptivity of a laminar boundary layer to external disturbances, Proc. IUTAM Symp. 'Laminar Turbulent Transition' (ed: V.V. Kozlov, Springer) 283-294.

11. Morkovin, M.V. 1969 Critical evaluation of transition from laminar to turbulent shear layers with emphasis on hypersonically traveling bodies, Tech. Rep. AFFDL-TR-68-149.

12. Morkovin, M.V. & Pranjape, S.V. 1971 On acoustic excitation of shear layers, Zeit. f. Flugwissenschaften, Vol. 19, 328-335.

13. Murdock, J.W. 1980 The generation of Tollmien-Schlichting wave by a sound wave, Proc. Roy. Soc. Lond. A.372, 517-534.

14. Nishioka, M., Asai, M. & Iida, S. 1980 An experimental investigation of the secondary instability, Proc. IUTAM Symp. 'Laminar-Turbulent Transition' (ed: R. Eppler & H. Fasel, Springer), 37-46.

15. Nishioka, M., Iida, S. & Ichikawa, Y. 1975 An experimental investigation of the stability of plane Poiseuille flow, J. Fluid Mech., Vol. 72, 731-752.

16. Reshotko, Eli 1976 Boundary-layer stability and transition, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 8, 311-349.

17. Ruban, A.I. 1985 On Tollmien-Schlichting wave generation by sound,

Proc. IUTAM Symp. 'Laminar-Turbulent Transition' (ed: V.V. Kozlov, Springer), 313-320.

18. Spangler, J. G. & Wells Jr., C. S. 1968 Effects of freestream disturbances on boundary-layer transition, AIAA J., Vol. 6, 543-545.

19. Schubauer, G. B. & Skramstad, H. K. 1943 Laminar-boundary-layer oscillations and transition on a flat plate, NACA Rep. 909 (1948).

20. 巽 友正・後藤金英 1976 '流れの安定性理論' (産業図書).

追記, なお筆者らの考えは,

第14回乱流シンポジウム講演集 (1982), 225-229,
'Excitation of T.S waves by unsteady pressure gradients'
by Nishioka & Morkovin, Bulletin of American Physical Society
Vol. 28, no. 9, 1372 (1983) にも述べられている。